жений. К этой категории относится, например, преобразование двояко иррационального выражения

$$\sqrt{p \pm \sqrt{p^2 - q^2}}$$

в иррациональное выражение простого вида.

Преобразование это производится в 54 и 91 соответственно для знаков + и —; его производят затем в 57 и 94 для преобразования выражения

$$\sqrt{p \pm \sqrt{p^2 - q}}$$

в том случае, когда q не есть квадрат, в выражение

$$\sqrt{\frac{p + \sqrt{q}}{2}} \pm \sqrt{\frac{p - \sqrt{q}}{2}}.$$

К этому виду приводят уравнения теорем 39 и 76, цель которых доказать существование так называемых *большей* и *меньшей* иррациональностей. Операции, с помощью которых производятся эти преобразования и другие подобные им, представлены в виде предложений геометрической алгебры, но, по существу, это те же самые операции, которые мы выразили бы теперь с помощью нашей алгебраической символики и которые служат для решения соответствующих уравнений.

19. Начатки стереометрии; правильные многогранники; одиннадцатая и тринадцатая книги „Начал“. В десятой книге „Начал“ Эвклид при рассмотрении проблем, которые исследовали бы в наше время путем повторного решения уравнений второй степени, обнаруживает огромное алгебраическое искусство. В частности, ему удается таким путем добыть новые средства для обозначения величин, к которым он приходит при нахождении сторон и ребер правильных многоугольников и многогранников. Но прежде чем добраться до последних (в тринадцатой книге „Начал“), ему приходится изложить в одиннадцатой книге своего труде начатки стереометрии.

В первых теоремах, касающихся взаимного расположения прямых и плоскостей, мы встречаемся с самого начала с теми же теоремами и доказательствами, что и в современных руководствах. Однако Эвклид должен здесь, как и в планиметрии, дать место, наряду с теоремами, некоторым построениям, ибо только с помощью последних получаются необходимые доказательства существования рассматриваемых фигур. Если принять во внимание, что построения с помощью плоскостей не подготовлены здесь так, как подготовлены в постулатах первой книги построения с помощью прямых, то естественно, что Эвклид вынужден, по мере возможности, свести их к планиметрическим построениям. Так, например (теорема 11), Эвклид, чтобы опустить перпендикуляр на плоскость из некоторой точки A, расположенной вне этой плоскости, проводит сперва из точки A перпендикуляр AD к какой-нибудь прямой BC плоскости, затем проводит из A другой перпендикуляр к расположенной в той же плоскости прямой, перпендикулярной к BC